نمذجة التنبؤ بالمبيعات

د/ ابراهيم بختي **– جامعة قاصدي مرباح ورقلة**

ملخص : يعتبر اختيار وتطبيق أساليب التنبؤ أمراً هاماً في التخطيط للمسائل التجارية والتحكم بها، فقد تعتمد القدرة المالية للمؤسسة على دقة التوقع، حيث أن معلومات التنبؤ ستستخدم في إعداد الميزانية واتخاذ القرارات الهامة، فقد يؤدي خطأ الزيادة أو النقصان في توقع المبيعات بالمؤسسة إلى تحمل أعباء كبيرة ناتجة عن الزيادة أو النقص في ريع المبيعات، وعندما يكون الطلب ثابتاً نوعاً ما (لا يتغير أو ينمو أو يتناقص بمعدل ثابت معروف)، فإن تبني توقع أو تنبؤ دقيق يكون سهل نسبياً، على أنه إذا قامت المؤسسة بدراسة المعطيات التاريخية للمبيعات ووجدتها أنها غير مستقرة، فإن عملية التوقع تصبح أكثر تعقيدا ؛ وفي هذا المقال سوف نتطرق إلى التنبؤ بالمبيعات باستخدام الطريقة العشوائية بوكس-جونكينز (Box-Jenkins) التي تعتمد على نمذجة السلاسل الزمنية.

الكلمات المفتاح : التنبؤ، المبيعات، السلاسل الزمنية، الطريقة العشوائية بوكس-جونكينز (Box-Jenkins).

Résumé : Le choix et l'application des méthodes de prévision est considéré comme un élément important dans la planification et la maîtrise des aspects commerciaux. La capacité financière de l'entreprise se base sur la précision de la prévision vu que les informations relatives à la prévision sont utilisées dans la préparation du budget et la prise des grandes décisions. Une erreur par excès ou par défaut des prévisions de vente de l'entreprise peut mener à de lourdes charges résultant de cette erreur dans la rente des ventes ; Quand la demande est plus ou moins fixe (ne change pas, ne croît pas ou ne régresse pas avec une moyenne constante connue), une prévision précise devient relativement facile.

Si l'entreprise entreprend l'étude des données historiques des ventes et que cette étude s'avère non stable, l'action de prévision devient plus complexe, et dans ce contexte, nous allons aborder les prévisions des ventes par l'utilisation de la méthode aléatoire (Box-Jenkins), qui prend en considération la modèlisation des séries chronologiques.

Mots clés : Prévision – ventes – série chronologique - méthode Box-Jenkins

تمهيد :

التنبؤ هومحاولة لمعرفة مسار بعض المتغيرات مستقبلاً والتي على ضوؤها ترسم المنشأة سياسة نـشاطها وتحـدد إحتياجاتها المالية، وبالرغم من أن التنبؤ بالمستقبل يعد رجماً بالغيب، إلا إنه إجراء لامفر منه، إذن فما المقـصود بـالتنبؤ بالمبيعات ؟ وماالعوامل المؤثرة فيه ؟ وكيف تتم نمذجة المبيعات ؟.

في الماضي كان التنبؤ بالمبيعات مجرد تخمين بقيمة الطلب المتوقع مـن الأفـراد أو الجماعـات علـى الـسلع والخدمات، ذلك أن الإنتاج كان محدوداً والسوق التي يصرف فيها محصورة في منطقة ضيقة نتـيجـة الطلب المحدود، زد على ذلك أن الأساليب الإدارية والفنية المستخدمة أنذاك بدائيةً ؛ أما في الوقت الحاضر فإنه حدث تغيـر جـذري نتـيجة التطور العلمي، حيث أصبحت الأساليب والأنشطة التي تقوم بها المنـشآت أكثر تعقيداً وتطوراً مما يسمح لها بخوض غمار المنافسة وإنتاج سلع وخدمات جديدة ذات مواصفات أكثر قبولا لدى المستهلكين، الأمر الذي أدى إلـى وجـوب تخطـيط المبيعات مستقبلا، فتخطيط المبيعات يعتمد على النتائج المحصل عليها من خلال عملية التنبؤ بالمبيعات.

تبدأ عملية التنبؤ بالمبيعات بدراسة طبيعة السوق لمعرفة مستوى الطلب على السلع والخدمات ويتطلب هذا تجميع البيانات عن السوق وعن المتغيرات المؤثرة في طلب المبيعات وبعد هذا يتم تحليل تلك البـيانات بهدف الحـصول علـى مؤشرات تستخدم في عمليات التنبؤ وعند الإنتهاء من إعداد التنبؤ بالمبـيعات يتم إعداد خطط المبـيعات وفقـا لأهـداف المنشـأة، إذ يمكن تعريف التنبؤ بأنه تقدير لكمية أو قيمة المبيعات المتوقعة في ظل الظـروف الإقتـصادية والإجتماعيـة المحتملة بهدف صياغة خطط الإنتـاج والتسويق والتمويل والتخزين وحجم القوى العاملة،. . . الخ، لتتمكن المنـشأة مـن

تحديد مصادر الحصول على الأموال المطلوبة وإعداد الموازنة المالية مما يسـاعد المنشأة في تحديد الأرباح المتوقعة مـن المبـيعات في متـم الفتـرة الزمنية المعتبرة.

إن عملية التنبؤ بأرقام دقيقة عن المبيعات تبدو صعبة ومعقدة، ذلك أن المبيعات تتأثر بعوامل عديدة غيـر ثابتـة ويصعب معرفة تأثيرها بشكلٍ دقيقٍ وواضح ويمكن حصر هذه العوامل في العوامل الخارجية والعوامل الداخلية، فالعوامـل الخارجية تشمل جميع العوامل التي تؤثر في الطلب على السلعة (فالسلع ذات الطلب الثابت تكون عملية التنبؤ بمبيعاتها أكثر دقة من السلع التي يكون الطلب عليها غير ثابت) والتي ليس للمنشأة القدرة على السيطرة أو التحكم أو التأثيرعليها وهي :

- العوامل الإقتصادية : والمتمثلة في مستوى الدخل، القدرة الشرائية، حجم الإستثمـارات، ...
- العوامل الإجتماعية : والمتمثلة في العادات والتقاليدوالأعراف الدينيـة.
- العوامل الديمغرافية : والمتمثلة في نسبة نمو السكان وتوزيعهم في المناطق الجغرافية.
- العوامل الثقافية والعلمية : والمتمثلة في المستوى الثقافي والعلمي الـسائد في المجتمع.
- العوامل الطبـيعـية : والمتمثلة في المنـاخ السائد والتضاريس الأرضية.

أما العوامل الداخلية فهي تمثل جميع العوامل المتعلقة بالإمكانيات المادية والبـشرية والماليـة المتاحـة لـدى المنـشأة بالإضافة إلى قدرة المنـشأة على طرح سلع ذات مواصفاتٍ جديدة تفوق تلك المعروضة فـي الـسوق بغـرض المنافسة.

إن عدم الدقة في نتائج التنبؤ تنجـم عن سـوء تحديد العلاقات بين المتغيرات الإقتصادية أو عـن عـدم كفايـة المعطيات المجمعة عن الظاهرة المدروسة، وقد تـنجم أيضا عن طول مدة التنبؤ، فكلما كانت فترة التنبؤ طويلة كلمـا زاد الخطأ في التنبؤ ، ولهذا يجب أن يكون السقف الزمني محدداً حسب طبيعة نشاط المنشأة والظروف المحيطة بهـا، وتجـدر الإشارة إلى أن التنبؤ قصير المدى لايمكن أن يتعدى سنة واحدةً على الأكثر، والتنـبؤ متوسط المدى يتراوح بـين سـنة وثلاث سنـوات، فحين أن التنبؤ طويل المدى يتجاوز ثلاث سنوات[1] ، ومايلاحظ هنا أن هناك علاقة طردية بـين قصر المدة ودقة النتائج المحصل عليها، وعلاقة عكسية بين طول المدة ودقة النتائج المحصل عليها، ولذلك تميل المنـشأة إلـى إستخدام التنبؤات قصيرة المدى لتمكينها من إعداد موازنة التشغيل لمدة سنة مالية واحدة وتحديد الأسعار والتكاليف ويمكنها التقليل في الخطأ والذي لايؤثر فقط في أنشطة وفعاليات إدارة المبيعـات بل يمتد إلى الأجهزة والوظائف الأخرى خاصـة وظيفة الإنتاج ووظيفة التخزين، وينجرعن هذا الخطأ عدد من الـعـواقب كما يراها المؤلفان غانم فنجان موسى و محمد صالح عبد العباس[2] ، فعندما تكون النتائج المحصل عليها أكبر من المبيعات المحققة فعلا، يؤدي ذلك إلى إرتفاع تكـاليف التخزين، أما في حالة كون النتائج المحصل عليها أكبر من المبيعات المحققة فـعلاً، يؤدي ذلك إلى تجميد مبالغ كبيرة فـي شكل مخزون سلعي معرض للتلف والتقادم، زد على ذلك إرتفاع تكاليف التخزين، أما في حالة كون النتائج المحصل عليها أقل من الطلب الحقيقي ، فينجم على ذلك حدوث فجوات وإختناقات في الإنتاج مما يلزم المنـشأة بتشغيل العـاملين أوقاتـاً إضافية لتغطية الطلبيات الضائعة للحفاظ على سمعتها وقد يؤدي ذلك إلى فقدان قسط من الأرباح المتوقعة مـن المبيعـات بسبب زيادة التكاليف المتمثلة في دفع أجور إضافية للعمال، ولهذا يتطلب نجاح عملية التنبؤ بالمبيعات مايلي :

- الخبرة والمهـارة الكافية في القائمين بعملية التنـبؤ
- توفر المـعطيات عن ماضي الظاهرة المـدروسـة
- تحديد وتحليل العوامل والمتغيرات الداخلية والخارجية التي تؤثر في الطلب على المبـيعات
- مراقبة المبيعات باستمرار بهدف معرفة الإنحرافات وإتخاذ الإجراءات اللازمة لذلك

توجد عدة طرق للتنبؤ بالمبيعـات وتتفاوت هذه الطرق من حيث سهولة تطبيقها ودرجة دقة نتائجها، فهناك طرق كيفية سهلة وبسيطة لاتحتاج إلى مهارات وخبرة عالية وإنما تعتمد بالدرجة الأولى علـى الإدارك الحدسـي والإسـتقراء التصوري للمستقبل بالإعتماد جزئيا على المعطيات الإحصائية، كما يقوم بعضها على إفتراض أن المـستقبل هـو إمتـداد للماضي والحاضر وأن الظروف والعوامل التي أثرت في المبيعات تبقى سارية المفعول بنفس الكم والحجم وبالتالي حجـم

1-الصفحة 38 من المرجع [M. TEILLAC-60]

2-الصفحة 326 من المرجع [غ.ف.موسى-90]

المبيعات للسنة المقبلة هو مربع مبيعات آخر سنة مقسوما على متوسط مبيعات السنوات السابقة[3]، والـبعض الآخرمنهـا يعتمد على المسح الميداني بإستعمال التحري (Sondage) على عينة من المستهلكين ثم تحليل المعطيـات المجمعـة بهـدف تحديد الطلب المتوقع عن طريق الخبرة في الميدان، لكن مايؤخذ على هذه الطرق أنها مبنية على أساس الحدس والتخمـين مما قد يؤدي إلى توقعات سلبية حسب درجة التفاؤل والتشاؤم للأشخاص المكلفين بالعملية، كما أن هناك طرقا كمية تقـوم على إستخدام الأساليب الإحصائية والطرق الرياضية في تحليل المتغيرات وقياسهـا إنطلاقا من المعطيات العددية والبيانات المتاحة لدى المنشأة، وتعرف هذه الطرق بـ "التنبؤ بإستخدام السلاسل الزمنية"، فالسلسلة الزمنية هي عبارة عن سلسلة من المبيعات المحققة في الماضي والمتميزة بالخصائص التالية :

- تتكون من قيم معلومة ومحسوبة ومحققة فعلاً.
- أن تكون القيم متجانسة في وحدة الزمن.
- أن تكون القيم ذات دلالة إحصائية، أي أن تكون المعطيات العددية كافية لتحليل الظاهـرة المدروسة فكلما كانت السلسلة طويلة نسبيا، كلما كان التنبؤ أكثر دقة وذلك حسب طبـيعة المعطيات شهرية، فصلية أو سداسية، ولكـن عموما في الدراسات المهتمة بتحليل المبيعات تكون المعطيات ذات طبيعة شهرية.

يتم الحصول على المعطيات من المصادر الداخلية للمنشأة (مستندات إدارة المبيعات) أو من المصادر الخارجيـة كالنشرات والإحصائيات التي تقوم بإعدادها الدوائر المختصة في الدولة أوتلك الدوائر البحثيـة والطلابيـة فـي المعاهـد والجامعات، لكن هذه المعطيات لاتستغل مباشرة في تحليل السلاسل الزمنية، إلا بعد القيام بتعديل السلسلة من الإنحرافـات، وذلك عن طريق محاولة إعادة تشكيل الطلبات الضائعة التي لم تلبى في فترة النفاذ والتي تقدر قيمةً حسب ماتراهـاالمؤلفة C. ALCOUFFE بـ : (مدة النفاذ x متوسط الطلب في تلك المدة)، بعد ذلك يحاول الدارس إسقاط المعطيات التي بحوزته على منحنى بـياني من أجل ملاحظة إتجاه الظاهرة المدروسة وماتشتمل عليه من تذبذبات (تقعرات وتحدبات)، وقياسـها عن طريق معامل الخشونة (Coefficient de Rugosité) المعرف علاقة بـ[4] :

$$\boxed{CR = \frac{\sum_{t=2}^{N}(Y_t - Y_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{N}(Y_t - \overline{Y})^2}}$$

فكلما كان هذا المعامل ذو قيمة ضعيفة كلما كانت السلسلة أكثر صقلاً وملوسةً وإستقراراً، وإذا وجد أن هذا المعامل ذو قيمة مرتفعـة فإن هذا يتطلب تحسين (تعديل) السلسلة الزمنية عن طريق التحويل أو الترشيح الذي يقضي على بعض مركبـات السلسلة بعكس التحويل الذي لايغير منها شيئا.

تظهر أهمية التعديل في التالـي :

- تنقيـة السلسلة الزمنية من التقلبات العارضة
- العمل على تسكين السلسلة في وحدة الزمن
- سحق وخفض المعطيات ذات القيم العالية

وعموما نصيغ هذه التعديلات في الجدول الآتي :

3-الصفحة 330 من نفس المرجع الـسابق

4-الصفحة 272 من المرجع [م.ص.أبوصالح-83]

الجدول 1_طرق تعديل السلسلة الزمنية

التعديل (تحويل: T، ترشيح: F)	السلسلة الخام	السلسلة المعدلة	دور التعديل	مـلاحـظـة
اللـوغاريـتـم : (T)	Y_t	$Z_t = \log y_t$	سـحق القـيم العالية، خفـض سـلم التمثيـل البياني، تخطيـة التمثيل	حذاري من القـيم المعدومة والسالبة
المتوسـط المتحـرك : (F) ذو طول (m)	Y_t	$Z^*_t = \frac{y_t + y_{t-1} + \ldots + y_{t-m+1}}{m}$	حـذف التقلبـات الموسـمية المترحلة	فقدان قيم من البداية ومن النهاية
الفروق الأولية : (F)	Y_t	$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$	سكون السلـسلة في وحدة الزمن	فقدان قيمـة مـن السلسلة
الفروق الثنائية : (F)	Y_t	$\Delta^2 y_t = \Delta(\Delta y_t)$	سكون السلـسلة في وحدة الـزمن لكنها تأخذ شـكل أسي.	فقدان قيمتين مـن السلسلة
الفروق النسبية : (F)	Y_t	$Z_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}$	نمو السلسلة فـي وحـدة الـزمن بمعـدل ثابـت (متوسط حـسابي وانحـراف معيـاري ثابتـيـن)	فقدان قيمـة مـن السلسلة

المصدر : مقتبس بتصرف من المرجع [J. C.USUNIER-82] الصفحة 227.

يمكن كتابة Z^*_t بالشكل $Z^*_t = \frac{1}{m}\sum_{k=0}^{m-1} y_{t-k}$ وكلما كانت m كبيرة نسبيا فإن هذا يسمح بإلغاء أحسن للتغيرات العارضـة، لكن عموما ماتنتقى m حسب دورية المعطيات، فـإذا كانت المعطيات شهرية والتغيرات الفصلية ضعيفة فإن طول المتوسط المتحرك m=3 أو m=4 وإذا حدث أن كانت التغيرات الفصلية قوية الظهور سنوياً فإن m=12 [5]. يمكن إستعمال عدد مـن هذه التعديلات واحد تلو الآخر للحصول علىسلسلة مصقولة.

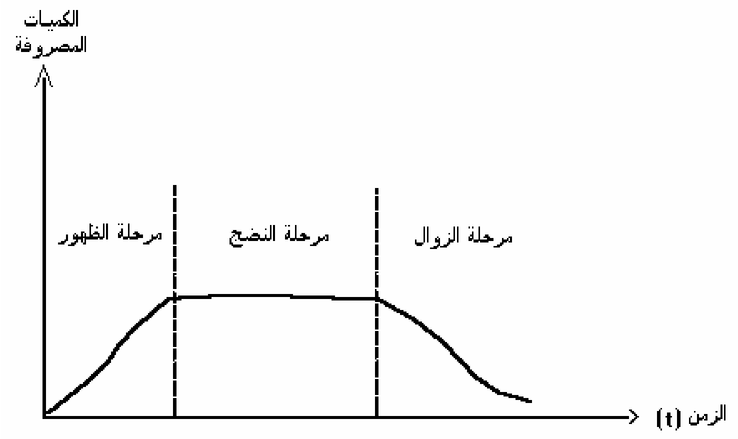
تتكون السلسلة الزمنية من مجموعة من المركبات وهي، مركبة الإتجاه العام، مركبة الدورات الإقتصادية، مركبة الموسمية والمركبة العشوائية، وتعتبر هذه المركبات كمتغيرات تطرأ على المبيعات ولذلك يجب تحليلهـا ومعرفـة مـدى تأثيرها.

1- مركبة الإتجاه العـام T(t) : تُبين هذه المركبة المسار الذي تتبعه السلسلة الزمنية في وحدة الزمن، والذي يفيد في تحليل المبيعات الفعلية خلال السنوات السابقة ويساعد في تحديد نموها مستقبلا، هذا النمو يقترن بدورة حياة السلعة المتكونة مـن ثلاثة مراحل أساسية : مرحلة ظهور السلعة ثم مرحلة النضج المميزة بتطور ثابت[6] تقريباً، ثم أخيراً مرحلة الزوال وهي المرحلة التي تسبق إنعدام الطلب على السلعة، نتيجـة التطور التقني الذي يساعد على ظهور سلع بديلة لها.

5-أنظر الصفحة 115/114 من المرجـع [J. FOURASTIE-88].

6-المتوسط الحسابي للطلب ثـابت في وحدة الزمـن

ش.1_منحنى تطور السلعة



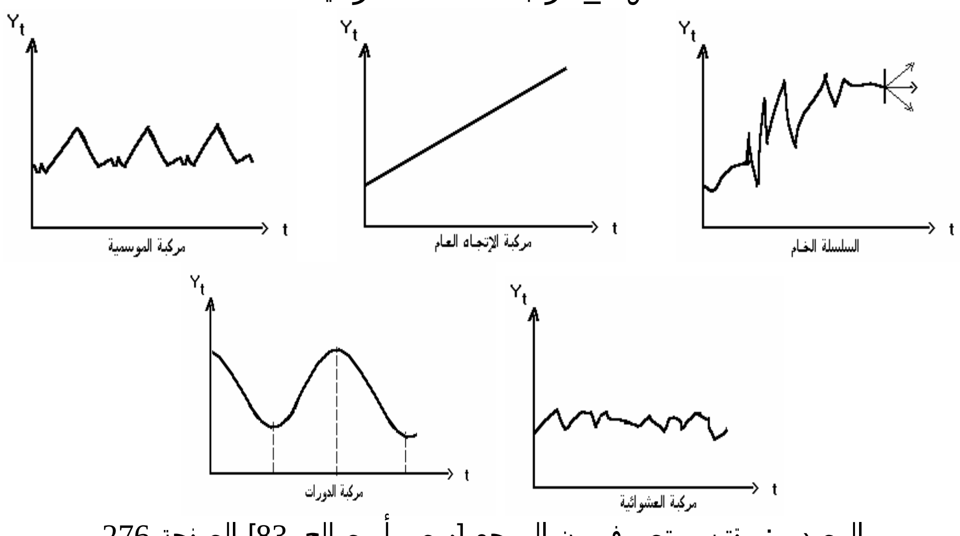
المصدر : المرجع [C. ALCOUFFE-87] الصفحة 108

2- <u>مركبة الدورات الإقتصادية C(t) :</u> وهي متغيرة منتظمة ذات طول غير معروف بدقة وتظهر هذه المركبة في المدى البعيد وتشمل حالتين: حالة الركود الإقتصادي وحالة الرخاء الإقتصادي، هذين الحالتين تتعاقبان بشيءٍ من الإنتظام في فترات متباعدة، وتؤثران في الطلب على المبيعات ذلك أنه في حالة الركود يكون الطلب على المبيعات منخفض وفي فترة الرخاء يحدث العكس، ولكن لكون أن التنبؤ عموما يهتم بالمدى القريب والمتوسط فإن مركبة الدورات تهمل دراستها.

3- <u>المركبة الموسمية S(t) :</u> وهي التغيرات المتشابهة في مسار سلوكها والتي تظهر في فترات زمنية منتظمة ومحددة بصفة متعاقبة وتفيد هذه المركبة في تحديد قيمة الطلب على السلع والخدمات التي تتأثر بعامل الموسمية (الفصلية) كالأعياد والعطل والمناسبات...الخ.

4- <u>المركبة العشوائية e(t) :</u> وهي المركبة التي تصف جميع العوامل والمتغيرات التي لم تؤخذ بعين الإعتبار أوتلك التي لايمكن قياسها والتنبؤ بحدوثها، لكونها مفاجئة وعشوائية الحدوث مثل الحروب والفياضانات والزلازل وبقية العوامل المؤثرة في طلب السلع والخدمات بشكل غير متوقع.

ش.2_ مركبات السلسلة الزمنية



المصدر : مقتبس بتصرف من المرجع [م.ص.أبوصالح-83] الصفحة 276

إن القيـم المشاهدة y_t في لحظة زمنية t هي بدلالة المركبـات الـسابقة الـذكر ويكتـب هـذا علاقـة بـ ـ ـ : $y_t = f(T_t, C_t, S_t, e_t)$ لكن بإستبعاد مركبة الدورات لإنها في الغالب تحدث في السلاسل الزمنية الطويلة جداً نكتب : $y_t = f(T_t, S_t, e_t)$ ويمكن تمثيل هذه الدالة بالنماذج التالية :

- النمـوذج التجميعـي .... $y_t = T_t + S_t + e_t$
- النمـوذج الجـدائـي .... $y_t = T_t . S_t . e_t$
- النمـوذج المختلـ ـط .... $y_t = (T_t . S_t) + e_t$

يمكن معرفة طبـيعة النموذج عن طريق حساب المتوسط الحسابي والإنحراف المعياري للسلسلة، فإذا كان هذين الأخيرين ثابـثين في وحدة الزمن، فإن السلسلة تشكل نموذج تجميعياً، وإذا كان غير ذلك فالسلسلة تشكل نموذجاً جـدائياً، وعند إدخال اللوغاريتم على النموذج الجدائي أو النموذج المختلط نحصل على نموذج تجميعي عادي.

للحصول على المبيعات المرتقبة يجب تحليل السلسلة الزمنية إلى مركباتها الأولية، وذلك بعزل كل مركبة علـى حدى، لمعرفة مدى تأثيرها عن بقية المؤثرات الأخرى، وذلك بإستخدام إحدى الأساليب التالية :
التنبؤ بالمبيعات بإستخدام الرسم البياني، التـنبؤ بالمـبـيعات بإستخدام الإنحدار، التنبؤ بالمبيعات بإسـتخدام المتوسـطات المتحركة و التنبؤ بالمبيعات بإستـخدام الطريقـة العشوائية

لكننا سوف نقتصر فقط على شرح الطريقة العشوائية لـ بوكس جونكينز BOX-JENKINS بإعتبارهـا الأكثـر شيوعا ونجاعة.

سنة 1970 توصل BOX-JENKINS في الولايات المتحدة الإمريكية إلى نشر عملهما المتعلق بمعالجة الـسلاسل الزمنية وكيفية إستعمالها في مجال التنبؤ وذلك بالإعتماد على دالة الإرتباط الذاتي وإستخدام مبدأ المتوسـطات المتحركـة ومبدأ الإنحدار الذاتي، هذا التحليل يخضع السلسلة الزمنية إلى العشوائية نموذج عشوائي ((S)ARIMA)[7] ، لكن قبل الخوض في تحليل النماذج العشوائية يجـب التطـرق إلـى الإرتبـاط الـذاتي (Autocorrélation) والإرتبـاط الـذاتي الجزئـي (Autocorrélation Partielle) :

أ- دالة الإرتباط الذاتي : تهتم هذه الدالة بدراسة العلاقة بين السلسلة ذاتها، أي الكشف عن الإرتباطات الداخليـة للسلـسلة الزمنية. لتكن (Y_t) سلسلة زمنية مستقرة و k معامل تأخير، يحدد الإرتباط الذاتي بالعلاقة[8] :

$$\rho(k) = \frac{\sum_{t=1}^{N-k}(y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{N}(y_t - \bar{y})^2}$$ حيث $\bar{y}$ تمثل المتوسط الحسابي $\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} y_t$ كما يمكن صياغة الإرتبـاط الذاتي بدلالة التباين والتباين المشترك :

$$\rho(k) = \frac{COV(y_t, y_{t+k})}{\sqrt{VAR(y_t).VAR(y_{t+k})}}$$

إذن من الملاحظ أن الإرتباط الذاتي يقيس درجة الإرتباط بين متغيرات السلسلة $\left\{ y_t ,\ \forall \ t \in Z \right\}$ وبـين السلـسلة الأصلية $\left\{ y_{t+k} ,\ \forall \ t \in Z \right\}$ المنحازة بدرجة (k).

خصائص الإرتباط الذاتي :
-الإرتباط الذاتي متناظر حول الصفر أي أن : $\rho(k) = \rho(-k)$.

-7 التسمية (S)ARIMA هي إختصارا ـ : (*S*easonal) *A*uto *R*egresive *I*ntegrated *Moving* *A*verage.

-8الصفحة 45 من المرجع [J.C.USUNIER-82]

-الإرتباط الذاتي محصور بـين القيمة : $-1 \le \rho(k) \le +1$

- عندما k=0 فإن $\rho(k)=1$ وبالتالي إرتباط السلسلة تام.

- لافائدة من حساب $\rho(k)$ عند عدم إستقرار السلسلة الزمنية.

-نختار درجة التأخر(Décalage) حسب عدد المشاهدات المتاحة والمحددة بالعلاقة (k=T/4)[9] .

ب- دالة الإرتباط الذاتي الجزئية : لتكن (Y_t) سلسلة زمنية مستقرة و k معامل تأخير، يحـدد الإرتبـاط الـذاتي الجزئـي بالعلاقة[10] :

$$r(k) = \frac{COV\left[(y_t - y_t^*)(y_{t+k} - y_{t+k}^*)\right]}{VAR(y_t - y_t^*)}$$ حيث أن y_t^* و y_{t+k}^* متغيرات نحصل عليها مـن انحـدار y_t و y_{t+k} (كل على حدى) على سلسلة المتغيرات التالية:

$\{y_{t+k-1}, \ldots, y_{t+2}, y_{t+1}\}$ وبالتالي فإن :

$$y_t^* = \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_j y_{t+j} \quad , \quad y_{t+k}^* = \sum_{j=1}^{k-1} \alpha'_j y_{t+j+k}$$

حيث α و α' معاملات يحصل عليها بطريقة (MCO).

ج- منحنى دالة الإرتباط الذاتي (Corrélogramme) : هذا المنحنى هوتمثيل بـياني لدالة الإرتبـاط الـذاتي (AC) ولدالـة الإرتباط الذاتي الجزئي (ACP)[11] ، هذا التمثيل البـياني يسمح بمعرفة :

- الكشف عن وجود مركبة الموسمية
- الكشف عن وجود إرتبـاط المتغيـرات الداخلية
- إختبار إستقرار السلسلة الزمنية
- تحديد وسائط النموذج SARIMA(p,d,q) $(P,D,Q)_S$

ولتسهيل تحليل المنحنى البـياني لدالة (AC) نضع مجال ثقة للقيم المقـروءة، بالإعتمـاد علـى تبـاين $\hat{\rho}(k)$ المحـدد بالعلاقة[12] :

$VAR[\hat{\rho}(k)] \approx \frac{1}{N}\left[1 + 2\sum_{i=1}^{k} \hat{\rho}^2(i)\right]$ وباعتبار أن $\rho(k)$ تتبع في توزيعها القانون الطبـيعي فإن مجال الثقة لـ $\rho(k)$ بدرجة 95%= α محدد بـ :

$$\pm 1,96\sqrt{VAR(\left[\hat{\rho}(k)\right]}$$

وبالتالي يمكن إختبار عشوائية السلسلة $\left[E(y_t) = 0\right]$ وذلك بوجود كل قيم $\rho(k)$ بداخل هذا المجال.

وبالنسبة لدالة (ACP) فإنها أيضا تتبع توزيعا طبيعيا ذو تباين مقدر بـ :

$VAR[\hat{r}(k)] \approx 1/T$ ويحدد مجال الثقة بـ:

$$\pm 1,96\sqrt{VAR[\hat{r}(k)]}.$$

*-كثيرات الحدود الممكن إستعمالها في تحليل Box-Jenkins :

AR(p) , MA(q) , ARMA(p , q) , ARIMA(p , d , q) , SARIMA(p, d , q) $(P, D , Q)_S$

9-الصفحة 92 من المرجع السابق.

10-الصفحة 37 من المرجع السابق.

11-من الآن فصاعدا نعبر عن دالة الإرتباط الذاتي بالرمز (AC) وبالرمز (ACP) لدالة الإرتباط الذاتي الجزئي.

12-الصفحة 92-93 من المرجع السابق.

- <u>كثيرالحدود AR(p) :</u> لتكن (Y_t) سلسلة زمنية، وبإعتبار أن الحاضر هو إمتداد للماضي فإن : $y_t = f(y_{t-1})$ وبصفة شمولية نكتب : $y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots)$, $\forall\ t = \overline{1,N}$ وبإفتراض أنه توجد علاقة خطية تحكم هذه المتغيـرات الشارحة حتى الفترة (p)، نكتـب العبـارة الـسابقة بالـشكل التـالي : $y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p}$ حيـث $\left\{\phi_i\ , \forall\ i = \overline{1,p}\right\}$ معالم حقيقية مستقلة عن الزمن.

فالسلسلة y_t في شكلها الأخير تعبر عن الظاهرة المدروسة بدقة، وهذا غير ممكن لعدم إحتوائها على الحد العشوائي الذي يجمع أخطاء القياس والتأثيرات التي لم تؤخذ بعين الإعتبار،فإذا رمزنا لهذا الحد بالرمز(ε_t)[13] ، فإن (y_t) تصبح بالشكل:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

وبـتطبق معامل التأخر (Opérateur de retard)[14] وإتخاذ المتغيرة (y_t) كطرف مشترك ينـتج :

$(1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i B^i) y_t = \varepsilon_t$ وبـوضع $\Phi\ (B) = (1 - \sum_{i=1}^{p} \phi_i B^i)$ نتحصل على كثير حدود متعدد ذاتي الإنحدار[(15)] ذو الدرجة (p) :

$$\Phi\ (B) y_t = \varepsilon_t$$

- <u>كثيرالحدود MA(q) :</u> على نفس النمط التحليلي السابق يمكن تعريف كثير الحدود[(16)] MA(q) ذو الدرجة (q) علـى النحـو التالي: $\forall\ t$, $y_t = \Phi\ (B)\varepsilon_t$ حيث أن : $\Theta\ (B) = 1 - \sum_{i=1}^{q} \theta_i\ B^i$

$\left\{\theta_i\ , \forall\ i = \overline{1,q}\right\}$ معالم حقيقية مستقلة عن الزمن.

- <u>كثيرالحدود ARMA(p , q) :</u> كثير الحدود ARMA(p , q) هو مزيج من AR(p) و MA(q) ، لكن الأخطاء به مرتبطة في وحدة الزمن، الأمر الذي يسمح بكتابة السلسلة الزمنية المدروسة بالشكل التالي :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + u_t \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (*)$$

حيث أن u_t معرف بالعلاقة: $u_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$ وبتعويـضه فـي العلاقـة (*) وتوحيـد المتغيرات المتشابهة في طرف بإستخدام العامل المشترك نتحصل على :

كثير الحدود ARMA(p , q) $\Phi\ (B) y_t = \Theta\ (B)\varepsilon_t$ وهذا مهمـا تكون قيمة وحدة الزمـن.

يفترض أن يكون AR(p) و MA(q) مستقرين[(17)] في وحدة الزمن وبالتالي فـ ARMA(p , q) مستقر تعريفاً.

إذا كانت لدينا سلسلة زمنية تضم بـين طياتها مركبة الإتجاه العام ومركبة الموسمية فيجب إستبعاد ذلـك (نظـرا لتأثيره على إستقرار السلسلة) بـواسطة إستخدام مرشح الفروق، ويختبر إستقرار السلسلـة بإحدى الطرق التالية :

1- تجزئة السلسلة المعدلة إلى جزئين متساويين ، ونحسب لكل منهما المتوسط الحسابي والتباين فإذا كان هذين الأخيرين متساوين بالقيمة، وكان منحنى دالة AC لكل سلـسلة منهما متطابق على الآخر، فالسلسلة مستقرة في وحدة الزمن[(18)].

13-يخضع الحد العشوائي إلى شروط الفرضيات الكلاسيكية المعروفـة.

14-نعرف هذا المعامل التأخري بالعلاقـة $y_{t-i} = B^i y_t$.

15- AR(p) : AutoregRessif d'ordre p.

16- MA(q) : MovingAvarege d'ordre q.

17-أنظر الصفحة 61-66 من المرجع [B. COUTROT-84].

18-الصفحة 273 من المرجع [G.ANSION-90].

2- تناقص منحنى دالة AC كلما تزايدة قيمة k حتى القيمة الموافقة لـ : $N/4$ حيـث يجب أن يكون المنحنى ضمن مجال ثقته.

3- إذا كان الخطأ العشوائي يشكل تشويشا أبـيضا (Bruit Blanc)، بمعنى أن ε موزع توزيعا طبـيعيا ويحـقق شروط الفرضيات الكلاسيكية، ويسمح بالحصول على متتالية من المتغيرات العشوائية ذات متوسط معدوم وتباين ثابث، وعند رسم دالـة إرتباطـه الذاتي (Corrélogramme des Résidus) يكون المنحنى محصوراً بكامله داخـل مجـال ثـقـتـه.

فإذا كانت السلسلة المعدلة ناتجة عن عدد من الترشيحـات يتحول كثير الحدود من ARMA(p , q) إلى SARIMA(p, d , q) (P, D , Q)S المعـرف بالعلاقة :

$$\Phi(B)\Gamma(B^{s})\Delta^{d}\Delta_{s}^{D}y_{t} = \Theta(B)\Omega(B^{s})\varepsilon_{t}$$

حيث أن :

D - درجة الفروق المستعملة لإستبعاد الإتجاه العـام.

Δ_{s}^{D}- معامل الفروق الموسمي المطبق D مـــرة والمعـــرف بـــــ: $\Delta_{s}^{D} = (1 - B^{s})^{D}$ و B معامــــل تأخير ذوالدرجة s.

$\Gamma(B^{s})$ - كثير حدود AR(p) متأخر بدرجة s.

S - درجة دورية مركبة الموسمية.

وε_{t} الخطأ العشوائي المشكل للتشويش الأبيض المميز بـ :

D – درجـة الفـروق المـستعملة لإستبعاد الموسمية.

Δ^{d} - معامل الفروق المطبـق d مـــرة والمعـــرف بـــــ: $\Delta^{d} = (1 - B)^{d}$ و B معامــــل تأخير.

$\Omega(B^{s})$-كثيــر حــدود MA(q) متأخر بدرجةs.

$$E(\varepsilon_{t} \quad \varepsilon_{t+ks}) = \begin{cases} \sigma_{\varepsilon}^{2} & si \quad k = 0 \\ 0 & si \quad k \neq 0 \end{cases}$$

لكن في حالة غيـ ـاب الموسميـة فإن كثير الحدود المضاعـف SARIMA(p, d , q) (P, D , Q)s يـتحول إلى كثير الحدود ARIMA(p , d , q) : $\Phi(B)\Delta^{d}y_{t} = \Theta(B)\varepsilon_{t}$.

نخاص إذن أنه إذا إعتبرنا أن السلسلة الزمنية كإشارة صوتية (Signal de son) مشوشة، هـذه الأخيـرة تتطلـب لسمـاعها وفهمها إستبعاد التشويش غير المرغوب فيه وذلك بمرورها عبر عدة مرشحات مختلفة الشدة والـدور (Filtres Electroniques) لتكون مسموعة عبر جهاز إستقبال، نفس الشي ينطبق على السلسلة الزمنية حيـث يجـب تنقيتهـا بعـدة مرشحات لإزالة الموسمية والإتجاه العام والحصول على سلسلة نقية تشكل تشويشاً أبـيضاً. والشكل التالي أدنـاه يـبـين هذه الآليـة :

ش.3_مراحل تـرشيح السلسلة الزمنية SARIMA

المصدر : تصور إستنباطي

-خطـوات النمذجة : تبدأ طريقة العمل وفق Box-Jenkins بـإختيار سلسلة المعطيات التاريخية y_t حيـث يـتم تحليلهـا إقتصاديا وإحصائيا، ثم نختبر إستقرار السلسلة[19] بالإعتمـاد على منحنى كل من (AC) و (ACP) ، فـإذا كانـت غيـر مستقرة يجب العمل على إستقرارها، بعد ذلك تأتي مرحلة تحديد وسائط النموذج SARIMA، وهذا يتطلب الإجابـة علـى السؤال: - مانوع كثير الحدود ؟ ومـاهي درجـتـه ؟.

الإجـابة تكمن في تحليل منحنى دالة الإرتباط (Corrélogramme) الملخص في الجدول التالي :

الجدول 2_طبـيعة كثير الحدود وفقاً لمنحنى الإرتباط الذاتي

كثير الحدود	الدالة (AC)	الدالة (ACP)
:AR (p) $\Phi(B)y_t=\varepsilon_t$	المنحنى البياني يضمحل ببطء داخل مجال ثقتـه (لايبتر) : $\rho(k)\to 0$ $k\to\infty$	يـضمحل المنحنـى البيـاني بسرعة عند الدرجة (p) وينعدم عنـدما : $r(k)=0 \leftarrow k>p$ (يبتر)
: MA (q) $y_t=\Theta(B)\varepsilon_t$	يضمحل المنحنى البياني بسرعة عند الدرجة (q) وينعدم عنـدما(يبتر): $\rho(k)=0\leftarrow k>q$	المنحنى البياني يضمحل ببطء داخل مجال ثقته (لايبتر) : $r(k)\to 0$ $k\to\infty$
: ARMA (p,q) $\Phi(B)y_t=\Theta(B)\varepsilon_t$	المنحنى يضمحل بداخل مجال ثقـتـه : $\rho(k)\to 0\ :\ k>p-q$ $k\to\infty$	المنحنى يضمحل بداخل مجال ثقـتـه : $r(k)\to 0\ :\ k>p-q$ $k\to\infty$

المصدر : مقتبس بتصرف من المرجع [M. DAVID-89]

الآن بعد تحديد طبيعة كثير الحدود ، تبقىكيفية تحديد درجته (الشطر الثاني من السؤال السابق)، ففي حالة كثيـر الحدود AR (p) , MA (q) تحدد الدرجـة p أو q وفقا لأكبر معامل تأخير (k) إستقرت عنده السلسلة، أما في حالة كثيـر الحدود ARMA (p , q) فيحدد بنفس الأسلوب السابق على أساس التجزئة، أو عن طريق التجربـة وملاحظـة منحنى دالة الإرتباط (Corrélogramme). بعد ذلك يجب تقدير معـالم النمـوذج المحدد بطريقة (MCO)[20] ، ثم نختبر مدى صـلاحية النموذج عن طريق الإحصائيات المعروفة في هذا المجال، منهـا :

أ)- إختبار التشويش الأبيض : يهدف هذا الإختبار إلى التأكد من أن بواقي النموذج المشكل تحاكي تشويشا أبـيضاً (سلسلة مستقرة) والإحصائية المستعملة في هذا الغرض هي الإحصائية Q لـ Ljung-BOX والمعرفةبـ[21] :

$Q=N(N+2)\sum_{i=1}^{k}(N-i)^{-1}\ \hat{\rho}_{\varepsilon}^{2}(i)$ ، حيث أن N عدد المشاهدات و $\hat{\rho}_{\varepsilon}^{2}(i)$ مربع الإرتباط الـذاتي بدرجـة تأخر (i) للخطأ ε.

- تتبع Q تـوزيع كاي-مربع χ^2 بدرجة حرية (k-p-q)، وبدرجة ثقة (α=95%). فإذا كانت :

19-تختـار درجة الفروق عند تلك السلسلة المعدلة ذات أصغر تباين من بـين السلاسل المعدلة، فمجرد إرتفاع قيمة التباين نتوقـف عـن التعـديل وتـتم عملية الإختـيار عند هذا الحد وبالإستعـانة بمعامل الخشونة يمكن إثبات تلك الدرجة أونفيها على أساس القيمة الدنيا لهذا المعامل، أوعن طريق رسم منحنى دالةالإرتباط الذاتي (Corrélogramme) المتضائل في مجاله كلما إرتفعت قيمة معامل التأخير (k).

20-الصفحة 250-270 من المرجع [G.ANSION-90].

21-الصفحة 112 من المرجع [M. DAVID-89].

$Q_{\alpha(cal.)} > \chi^2_{(K-p-q)}$ ⇐ يجب إعـادة النظـر في تحديد النموذج بإضافة مركبات نظامية (AR , MA) إليه.
$Q_{\alpha(cal.)} \le \chi^2_{(K-p-q)}$ ⇐ السلسلة عشوائية، وهذا دليل على قوة النموذج المختار.

نستعمل إحصائية Q بدلا من إحصائية Durbin-Watson (لكون هذه الأخيرة تحسب فقط الإرتباط الذاتي للأخطـاء من الدرجة الأولى)، وقد أدخل عليها تعديل من طرف (Box-Pierce) فأصبحت بالشكل :

$$Q = N\sum_{i=1}^{k} \hat{\rho}_{\varepsilon}^{2}(i)$$

ب)_ إختبار جودة المعالم : لهذا الغرض نستخدم الإحصائية (t) لـ :Student ، بـإفتراض أن المقـدرات تقبـل توزيعـا طبـيعيا فإن الإحصائية تؤكد أو تنفي جودة المقدر ومدى مساهمته في تفسير النموذج بإحتمال قيمته β(%5 =) :

بالنسبة لـ AR(p) : $t_c = \dfrac{|\hat{\Phi}_p|}{\sqrt{VAR(\hat{\Phi}_p)}} \rightarrow N(0,1)$ وبالنسبة لـ MA(q) :

$$t_c = \frac{|\hat{\Theta}_q|}{\sqrt{VAR(\hat{\Theta}_q)}} \rightarrow N(0,1)$$

فإذا كانت قيمة ($t_c \ge 1.96$) نقبل المقدر ونرفض فرضية إنعدامه والعكـس صـحيح ؛ بالإضـافة إلـى إعـتمـاد الإحصائيات التقليدية (... ,t , R , F).

عند الحصول على عدة نماذج قياسية للظاهرة المدروسة، نختار النموذج المنـاسب للواقع على أسـاس إختبـار صحة التمثيل بالإعتمـاد على المعـايير التالـية[22] :
1- أن يكـون تبايـن النمـوذج ذو قيـمـة ضعيفـة.
2- أن يكون مجموع مربع البواقي ضئيلاً.
3-أن يكون الفارق بـين كثافة النموذج وبـين الكثافة الحقيقية للمشاهدات ضئيلة أي بعبارة أخرى تدنـئة تباين النمـوذج مقارنة بزيـادة عدد المعـالم المقدرة، هذا المعيار هو معيار AKAIKE[23] المعرف رياضياً بالعلاقة :

$$AIC = \log \hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2} + \frac{2(p+q)}{N}$$ [24] حيث $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}$ تباين النموذج.

في الحالة التي يكون فيها عدد المشاهدات غير متساوٍ، يجب قسمة AIC على عدد المشاهدات N.
تـتم المفاضلة على أساس القيمة الدنيا لـ : AIC.

ج)- قياس جودة التنبؤ:[25] يعتمد هذا المقياس على الخطـأ النسبي (ER) المعرف بالعلاقة التالية :

$$ER_i = \frac{|X_i - F_i|}{|X_i|}.100$$

حيث X_i : القيمة المحققـة ، F_i : القيمة المتوقعة

إن مقياس الخطأ النسبي هو مفهوم بسيط و تقليدي متجدد في كل مرة عند الحصول على إنجازات جديدة، و هـذا مايسمح بحساب الفارق بين المنجز و المتوقع، غير أن النظرة المركبة لهذا المفهوم ترتكز على حـساب متوسـط الخطـأ النسبي المعرف علاقة بـ :

22-تسمى هذه المعايير بإختبارات المفاضلة.
23-الصفحة 82 من المرجع [C.W.J.GRANGER-86].
24- AIC = Akaike Information Criterion.
25-انظر في هذا المنشأ ص 233-234 من المرجع [J.C.USUNIER-82]

$$EM = \frac{\sum_{i=1}^{N} ER_i}{N} \qquad \text{فإن} \quad \forall \ N$$

وتتم المفاضلة بين نموذج وآخر على أساس أدنى قيمة للمقياس (EM)، لكن إذا أردنا منح ثقل أكثر لأخطاء القيـاس فإنـه يتوجب علينا حساب الخطأ التربـيعي المتوسط المعطى بالعلاقة :

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - F_i)^2}{N}$$

وبالرغم من هذا فإن هذا المقياس لن يكون حاسما إلا إذا جعلنا منه ديناميكيا على النحو التالي :

$$E'_t = \frac{\sum_{i=t-h}^{t+h} (X_i - F_i)^2}{(2h+1)} \qquad \text{حيث أنه:} \quad t = h+1, h+2, \ldots$$

د)- معيار Thiel :[26] هذا المعيار هو عبارة عن إحصائية Thiel المرموز لها بالرمز (U) و المعرفة كما يلي:

$$U = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N-1} (FPE_{i+1} - APE_{i+1})^2}{\sum_{i=1}^{N-1} (APE_{i+1})^2} \right]^{1/2}$$

حيث أن :

التغير النسبي المتوقع $\qquad FPE_{i+1} = \frac{F_{i+1} - X_i}{X_i}$

و التغير النسبي الفعلي $\qquad APE_{i+1} = \frac{X_{i+1} - X_i}{X_i}$

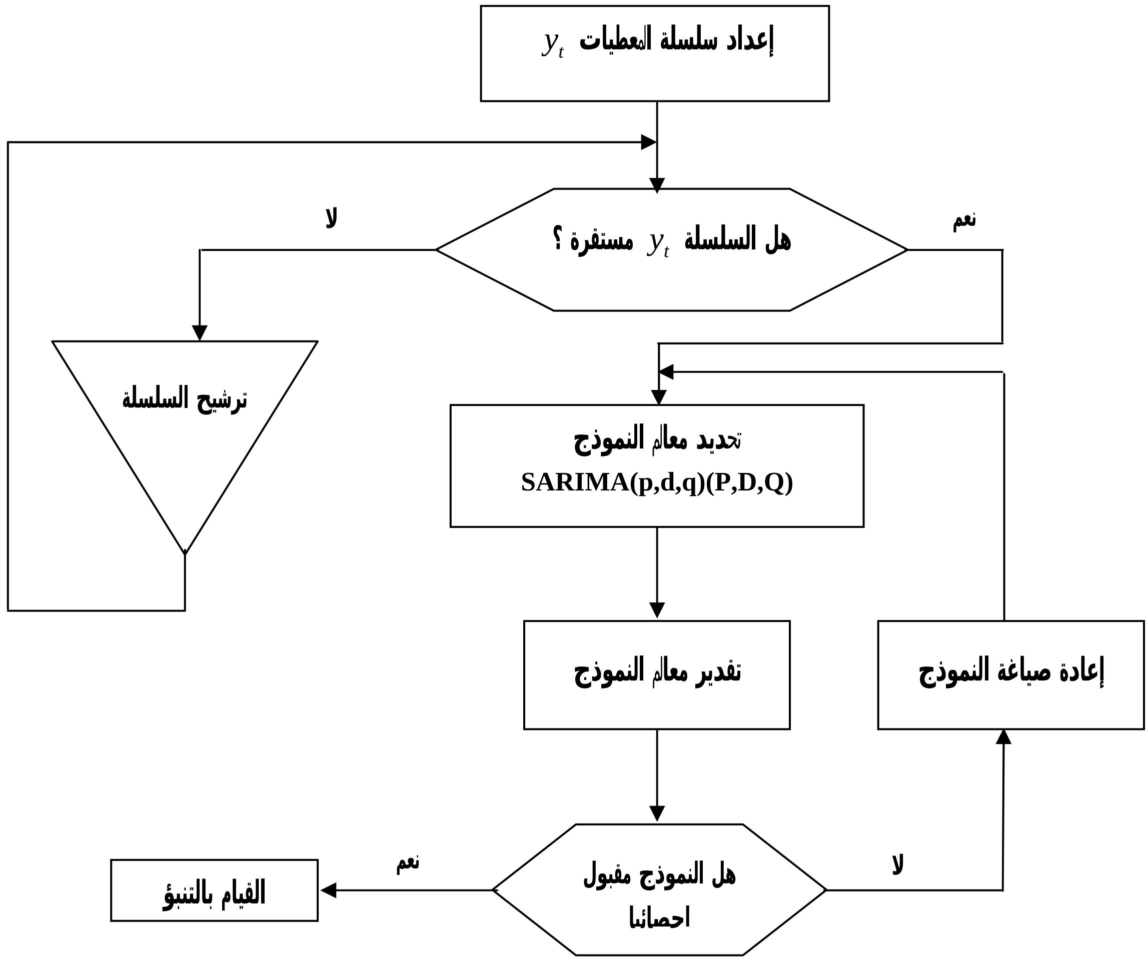
بتعويض FPE_{i+1} و APE_{i+1} بقيمتيهمـا في العلاقة السابقة U ينتج :

$$u = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{F_{i+1} - X_{i+1}}{X_i}\right)^2}{\sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{X_{i+1} - X_i}{X_i}\right)^2} \right]^{1/2}$$

* إذا كانت $u \approx 1$ فالنتائج المحصل عليها بهذه الطريقة مكافئة لنتائج الطرق البسيطة.
* إذا كانت $u > 1$ فالنتائج المحصل عليها بهذه الطريقة غير مرغوب فيها.
* إذا كانت $u < 1$ فالنتائج المحصل عليها جيدة.

26-نفس المرجع السابق

ش.4_خطوات التنبؤ بالطريقة العشوائية



المصدر : تصور إستنباطي

حالة تطبيقية :

لدينا سلسلة معطيات تاريخية لغـاز الأوكسجين الطبي لمؤسسة الغازات الصناعية بورقلة، هذه المعطيات مقدر بالمتر المكعب (م^3) ومبوبة شهريا(1993.01 – 2005.06) والمحددة بـ 150 مشاهدة، الأمرالذي يسمح بإفترض أن المعطيات تتبع توزيعا طبيعيا، وأن هذا العدد الكافي للمشـاهدات يمكننا من تشخيص النموذج على أحسن مايرام، بمساعدة البرنـامج المخصص للنمذجة T.S.P [27] وبالإستعانة بأدوات التحليل السابق ذكرها حصلنا على المبيعات المرتقبة للنصف الثاني مـن السنة 2005.07 إلى 2005.12 والجدول أدناه تظهر فيه نتيجة تطبيق الطريقة العشوائية لـ : *BJ* [28] ونتـائج تطبيـق طريقة *BB* [29]، ونعـرض فيه أيضا مقياس الخطأ النسبي *(ERj)* الذي يقيس جودة التنبؤالذي سبق تعـريفه :

الجدول 3 _نتائج التنبؤ المتوصل إليها وتقييمها

Obs	*T*	*J*	*Fj(BJ)*	*Fj(BB)*	*Xj*	*ERj(BJ)*	*ERj(BB)*
2005.07	132	1	6322.48	6487.13	5168.00	22.34	25.52
2005.08	133	2	5889.26	6662.55	5865.00	00.41	13.59
2005.09	134	3	5649.56	6707.08	5023.00	12.47	33.52
2005.10	135	4	7484.68	7485.79	6308.00	18.65	18.67
2005.11	136	5	6121.82	7834.16	6005.00	01.95	30.46
2005.12	137	6	5547.72	9867.02	7065.00	21.47	39.66
					EM =	12.88*	26.90

المصدر : مستخاص من دراسة النمذجة

- *Xj* المبيعات الفعلية المحققة و *Fj* - المبيعات المتوقعة و *EM* متوسط الخطأ النسبي المستخدم فـي التحكـيم على أساس القيمة الدنيا له.

من خلال الجدول نلاحظ أنه كلما قـاربت قيـم الخطأ النسبي الصفر، كلما كانت القيمة المتنبؤ بها جيدة، وعموما للمفاضلة بـين طريقة *(BJ)* وطريقـة *(BB)* يجـب أن نخضع إلى تحكيم متـوسط الخطأ النسبي الذي يظهر أن النموذج العشوائي هو أفضل معبر عن الحقيقة في المدى القصير من نمـوذج *(BB)*، كمـا أن حـساب إحـصائية Thiel المـسماة بالإحصائية *U* أعطى القيمتين $U_{BB} = 1.28$, $U_{BJ} = 0.96$ وما يمكن قوله، هـوأن النتائج المحصل عليها وفق طريقـة *BB* غير مرغوب فيها، لأن الإحصاية تجاوزت الواحد الصحيح، وأن نتائج *BJ* تعد الأفضل.

27- T.S.P : Times Series Processors Ver 7. 0

28-الترميز المختصر لـ BOX-JENKINS.

29-الترميز المختصر لـ BUYS-BALLOT.

قائمة المراجع المعتمدة :

[م.ص.أبوصالح-83] محمد أبو صالح وعدنان محمد عوض
مقدمة في الإحصاء
دار A WILEY ARABOOK، USA – 1983

[غ.ف.موسى-90] غانم فنجان موسى و محمد صالح عبد العباس
إدارة المبيعات والإعلان
دار الحكمة للطباعة والنشر ، العراق 1990

[G.ANSION-90] GUY ANSION
Les méthodes de prévision en économie
Ed. Armand Colin, Paris 1990

[B. COUTROT-84] B. COUTROT et F. DROESBEKE
Les méthodes de prévision
Que sais-je, Ed. P.U.F, Paris 1984

[M. DAVID-89] M. DAVID et J.C. MICHAUD
La prévion, Approche empirique d"une méthode statistique
Ed. Masson, Paris 1989

[J. FOURASTIE-88] J. FOURASTIE et S.LEVY
Statistique appliquées à l" économie
2° Ed. Masson, Paris 1988

[C.W.J.GRANGER-86] C.W.J.GRANGER et PAUL NEWBOLD
Forcasting economic times series
2° Ed. Acadimic press, INC California 1986

[M. TEILLAC-60] M. TEILLAC et Autres
La gestion prévisionelle des entreprises industrielles et commerciales
Ed. Dunod; Paris 1960

[J.C.USUNIER-82] J.C.USUNIER
Pratique de la prévision à court terme
Ed. Dunod, paris 1982